

⇒ Wenn du mit dem Lehrsatz des Pythagoras eine Größe berechnest, zeichne immer das entsprechende rechtwinklige Dreieck und beschrifte es vollständig.

1) a) Kegel: $r = 16 \text{ mm}$, $h = 63 \text{ mm}$; $s = ?$



$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$s = \sqrt{63^2 + 16^2} = 65$$

$$s \underline{\hspace{1cm}} 65 \text{ mm}$$

b) Kegel: $r = 25 \text{ mm}$, $s = 70 \text{ mm}$; $h = ?$



$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | - r^2$$

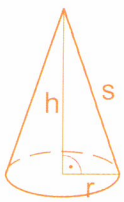
$$h^2 = s^2 - r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$h = \sqrt{s^2 - r^2}$$

$$h = \sqrt{70^2 - 25^2} = 65,3\dots$$

$$h \underline{\hspace{1cm}} 65 \text{ mm}$$

2) Kegel: $r = 11 \text{ cm}$, $h = 60 \text{ cm}$; Skizze, $V = ?$ $s = ?$ $M = ?$ $O = ?$



$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{11^2 \cdot \pi \cdot 60}{3} = 7\,602,6\dots$$

$$V \underline{\hspace{1cm}} 7\,603 \text{ cm}^3$$

$$M = \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$M = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$M = r \cdot \pi \cdot s$$

$$M = 11 \cdot \pi \cdot 61 = 2\,108,0\dots$$

$$M \underline{\hspace{1cm}} 2\,108 \text{ cm}^2$$



$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$s = \sqrt{60^2 + 11^2} = 61$$

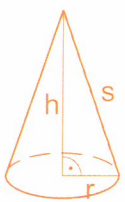
$$s \underline{\hspace{1cm}} 61 \text{ cm}$$

$$O = G + M$$

$$O = 11^2 \cdot \pi + 2\,108,0\dots = 2\,488,1\dots$$

$$O \underline{\hspace{1cm}} 2\,488 \text{ cm}^2$$

3) Kegel: $d = 30 \text{ cm}$, $s = 42 \text{ cm}$; Skizze, $h = ?$ $V = ?$



$$r = 15 \text{ cm}$$



$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | - r^2$$

$$h^2 = s^2 - r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$h = \sqrt{s^2 - r^2}$$

$$h = \sqrt{42^2 - 15^2} = 39,2\dots$$

$$h \underline{\hspace{1cm}} 39 \text{ cm}$$

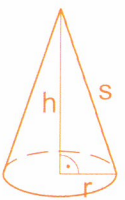
$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{15^2 \cdot \pi \cdot 39}{3} = 9\,189,1\dots$$

$$V \underline{\hspace{1cm}} 9\,189 \text{ cm}^3$$

4) Kegel: $s = 53 \text{ cm}$, $h = 45 \text{ cm}$; Skizze, $r = ?$ $O = ?$



$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | - h^2$$

$$r^2 = s^2 - h^2 \quad | \sqrt{}$$

$$r = \sqrt{s^2 - h^2}$$

$$r = \sqrt{53^2 - 45^2} = 28$$

$$r \underline{\hspace{1cm}} 28 \text{ cm}$$

$$O = G + M$$

$$O = G + \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot s}{2}$$

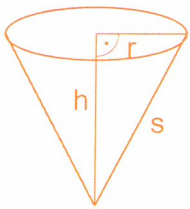
$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

$$O = r \cdot \pi \cdot (r + s)$$

$$O = 28 \cdot \pi \cdot (28 + 53) = 7\,125,1\dots$$

$$O \underline{\hspace{1cm}} 7\,125 \text{ cm}^2$$

- 5) Ein kegelförmiges Gefäß hat einen inneren Durchmesser von $d = 24$ cm, die innen gemessene Mantellinie beträgt $s = 20$ cm. Berechne den Rauminhalt in Liter.



$$r = 12 \text{ cm}$$

$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | - r^2$$

$$h^2 = s^2 - r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$h = \sqrt{s^2 - r^2}$$

$$h = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$$

$$h \text{ --- } 16 \text{ cm}$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

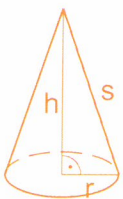
$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{12^2 \cdot \pi \cdot 16}{3} = 2\,412,7\dots$$

$$V \text{ --- } 2\,413 \text{ cm}^3 = 2,413 \text{ dm}^3 = 2,413 \text{ l}$$

A: Das Gefäß hat einen Rauminhalt von rund 2,4 Liter.

- 6) Berechne das Volumen und die Masse eines Kegels ($r = 15,5$ cm, $h = 8$ cm) aus Glas ($\rho = 2,5$ g/cm³).



$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{15,5^2 \cdot \pi \cdot 8}{3} = 2\,012,7\dots$$

$$V \text{ --- } 2\,013 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho \cdot V$$

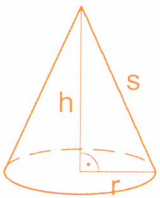
$$m = 2,5 \cdot 2\,012,7\dots$$

$$m = 5\,031,7\dots$$

$$m \text{ --- } 5\,032 \text{ g} = 5,032 \text{ kg}$$

A: Der Kegel hat ein Volumen von rund 2 013 cm³, er ist rund 5,032 kg schwer.

- 7) Ein kegelförmiges Turmdach hat einen Durchmesser von $d = 3,60$ m und eine Höhe von $h = 3,85$ m. Berechne, wie viel m² Dachfläche zu decken sind.



$$r = 1,8 \text{ m}$$

$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$s = \sqrt{3,85^2 + 1,8^2} = 4,25$$

$$s \text{ --- } 4,25 \text{ m}$$

$$M = \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$M = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$M = r \cdot \pi \cdot s$$

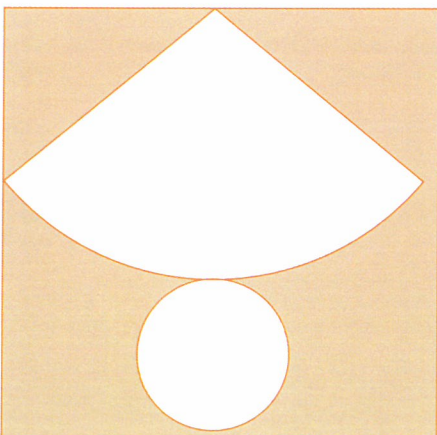
$$M = 1,8 \cdot \pi \cdot 4,25 = 24,033\dots$$

$$M \text{ --- } 24 \text{ m}^2$$

A: Rund 24 m² Dachfläche sind zu decken.

- 8) Aus einem quadratischen Karton (80 x 80 cm) wird das Netz eines Kegels ($r = 14$ cm, $s = 50$ cm) ausgeschnitten.

- a) Zeichne eine Skizze und bemale den Abfall.
b) Berechne die Größe des Abfalls.



$$O = G + M$$

$$O = G + \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

$$O = r \cdot \pi \cdot (r + s)$$

$$O = 14 \cdot \pi \cdot (14 + 50) = 2\,814,8\dots$$

$$O \text{ --- } 2\,815 \text{ cm}^2$$

$$A_Q = a^2$$

$$A_Q = 80^2 = 6\,400$$

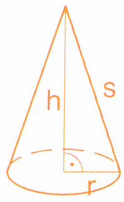
$$A_Q \text{ --- } 6\,400 \text{ cm}^2$$

$$\text{Abfall: } 6\,400 \text{ cm}^2$$

$$- 2\,815 \text{ cm}^2$$

$$\hline 3\,585 \text{ cm}^2$$

A: Der Abfall beträgt rund 3 585 cm².

9) a) Kegel: $V = 1\,206\text{ dm}^3$, $r = 8\text{ dm}$; $h = ?$ 

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

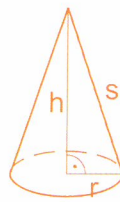
$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3 \cdot V = r^2 \cdot \pi \cdot h \quad | : (r^2 \cdot \pi)$$

$$h = \frac{3 \cdot V}{r^2 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{3 \cdot 1\,206}{8^2 \cdot \pi} = 17,9\dots$$

$$h \underline{\hspace{1cm}} 18\text{ dm}$$

b) Kegel: $M = 7,35 \pi\text{ dm}^2$, $r = 2,1\text{ dm}$; $s = ?$ 

$$M = \frac{u_G \cdot s}{2}$$

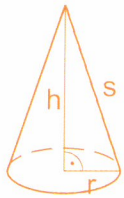
$$M = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$M = r \cdot \pi \cdot s \quad | : (r \cdot \pi)$$

$$s = \frac{M}{r \cdot \pi}$$

$$s = \frac{7,35 \cdot \cancel{\pi}}{2,1 \cdot \cancel{\pi}} = 3,5$$

$$s \underline{\hspace{1cm}} 3,5\text{ dm}$$

10) a) Kegel: $V = 1\text{ dm}^3$, $h = 1\text{ dm}$; $r = ?$ $s = ?$ 

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3 \cdot V = r^2 \cdot \pi \cdot h \quad | : (\pi \cdot h)$$

$$r^2 = \frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h} \quad | \sqrt{}$$

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot 1}{\pi \cdot 1}} = 0,977\dots$$

$$r \underline{\hspace{1cm}} 0,98\text{ dm}$$



$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$s = \sqrt{1^2 + 0,977\dots^2} = 1,398\dots$$

$$s \underline{\hspace{1cm}} 1,40\text{ dm}$$

b) Kegel: $O = 570 \pi\text{ dm}^2$, $r = 15\text{ dm}$; $s = ?$ 

$$O = G + M$$

$$O = G + \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s \quad | - r^2 \cdot \pi$$

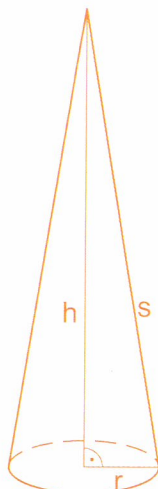
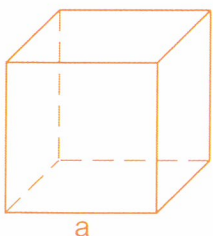
$$O - r^2 \cdot \pi = r \cdot \pi \cdot s \quad | : (r \cdot \pi)$$

$$s = \frac{O - r^2 \cdot \pi}{r \cdot \pi}$$

$$s = \frac{570 \cdot \pi - 15^2 \cdot \pi}{15 \cdot \pi} = \frac{570 \cdot \pi - 225 \cdot \pi}{15 \cdot \pi}$$

$$s = \frac{345 \cdot \cancel{\pi}}{15 \cdot \cancel{\pi}} = 23$$

$$s \underline{\hspace{1cm}} 23\text{ dm}$$

11) Ein Würfel ($a = 10\text{ cm}$) und ein Kegel ($r = 5\text{ cm}$) haben gleich großen Rauminhalt. Berechne die Höhe des Kegels.

$$V_W = V_K$$

$$a^3 = \frac{G \cdot h}{3} \quad | \cdot 3$$

$$a^3 \cdot 3 = r^2 \cdot \pi \cdot h \quad | : (r^2 \cdot \pi)$$

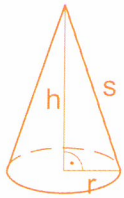
$$h = \frac{a^3 \cdot 3}{r^2 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{10^3 \cdot 3}{5^2 \cdot \pi} = 38,1\dots$$

$$h \underline{\hspace{1cm}} 38\text{ cm}$$

- 12) Ein kegelförmiges Turmdach hat einen Umfang von 12,55 m, die Mantellinie s misst 3,40 m.

a) Berechne, wie viel m^2 Kupferblech zum Decken des Daches benötigt werden, wenn 15 % Verschnitt berücksichtigt werden.



$$M = \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$M = \frac{12,55 \cdot 3,4}{2}$$

$$M = 21,335$$

$$M \approx 21,34 \text{ m}^2$$

$$B = 21,335 \cdot 1,15$$

$$B = 24,535...$$

$$B \approx 24,54 \text{ m}^2$$

$$u_G = 2 \cdot r \cdot \pi \quad | : (2 \cdot \pi)$$

$$r = \frac{u_G}{2 \cdot \pi}$$

$$r = \frac{12,55}{2 \cdot \pi} = 1,997...$$

$$r \approx 2,00 \text{ m}$$

A: Für das Dach werden rund $24,54 \text{ m}^2$ Blech benötigt.

b) Berechne den umbauten Dachraum.



$$h^2 + r^2 = s^2 \quad | - r^2$$

$$h^2 = s^2 - r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$h = \sqrt{s^2 - r^2}$$

$$h = \sqrt{3,4^2 - 2^2} = 2,749...$$

$$h \approx 2,75 \text{ m}$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

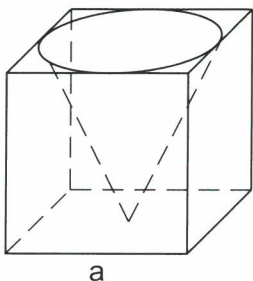
$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{2^2 \cdot \pi \cdot 2,75}{3} = 11,519...$$

$$V \approx 11,52 \text{ m}^3$$

A: Der umbaute Dachraum ist rund $11,52 \text{ m}^3$ groß.

- 13) Aus einem Würfel ($a = 8 \text{ cm}$) wird ein möglichst großer Kegel ausgeschnitten. Berechne das Volumen des restlichen Körpers.



$$V = a^3 - \frac{G \cdot h}{3}$$

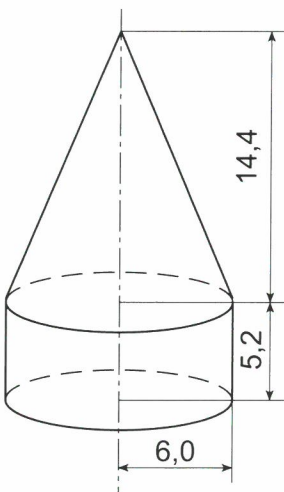
$$V = a^3 - \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

$$V = 8^3 - \frac{4^2 \cdot \pi \cdot 8}{3} = 377,9...$$

$$V \approx 378 \text{ cm}^3$$

A: Der restliche Körper hat ein Volumen von 378 cm^3 .

- 14) Ein Körper ist aus einem Zylinder und einem Kegel zusammengesetzt. Berechne das Volumen und die Länge der Mantellinie des Kegels. (Maße in cm.)



$$V = V_Z + V_K$$

$$V = G \cdot h_Z + \frac{G \cdot h_K}{3}$$

$$V = G \cdot (h_Z + \frac{h_K}{3})$$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot (h_Z + \frac{h_K}{3})$$

$$V = 6^2 \cdot \pi \cdot (5,2 + \frac{14,4}{3}) = 1\,130,9...$$

$$V \approx 1\,131 \text{ cm}^3$$



$$r = 6 \text{ cm}$$

$$h_K = 14,4 \text{ cm}$$

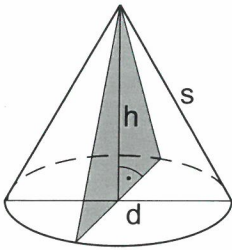
$$h_K^2 + r^2 = s^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s = \sqrt{h_K^2 + r^2}$$

$$s = \sqrt{14,4^2 + 6^2} = 15,6$$

$$s \approx 15,6 \text{ cm}$$

- 15) Berechne das Volumen und die Oberfläche des gleichseitigen Kegels ($d = s$) mit $r = 12$ cm. (Vereinfache die Formeln schrittweise so weit wie möglich und setze erst dann die Zahlen ein.)



$$s = d$$

$$s = 2 \cdot r$$

$$h = r \cdot \sqrt{3}$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$V = \frac{r^3 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$V = \frac{12^3 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{3} = 3\,134,2\dots$$

$$V \underline{\hspace{1cm}} 3\,134 \text{ cm}^3$$

$$O = G + M$$

$$O = G + \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot 2 \cdot r}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r^2 \cdot \pi$$

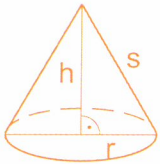
$$O = 3 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$O = 3 \cdot 12^2 \cdot \pi = 3 \cdot 144 \cdot \pi = 432 \cdot \pi$$

$$O = 1\,357,1\dots$$

$$O \underline{\hspace{1cm}} 1\,357 \text{ cm}^2$$

- 16) Gleichseitiger Kegel ($d = s$): $M = 72 \pi \text{ cm}^2$; $r = ?$ $s = ?$ $h = ?$ $O = ?$



$$s = d$$

$$s = 2 \cdot r$$

$$M = 2 \cdot r^2 \cdot \pi \quad | : (2 \cdot \pi)$$

$$r^2 = \frac{M}{2 \cdot \pi} \quad | \sqrt{}$$

$$r = \sqrt{\frac{M}{2 \cdot \pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{72 \cdot \pi \cdot 36}{2 \cdot \pi}} = 6$$

$$r \underline{\hspace{1cm}} 6 \text{ cm}$$

$$s \underline{\hspace{1cm}} 12 \text{ cm}$$

$$h = r \cdot \sqrt{3}$$

$$h = 6 \cdot \sqrt{3} = 10,39\dots$$

$$h \underline{\hspace{1cm}} 10,4 \text{ cm}$$

$$O = 3 \cdot r^2 \cdot \pi$$

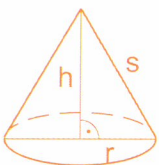
$$O = 3 \cdot 6^2 \cdot \pi = 3 \cdot 36 \cdot \pi$$

$$O = 108 \cdot \pi$$

$$O = 339,2\dots$$

$$O \underline{\hspace{1cm}} 339 \text{ cm}^2$$

- 17) Gleichseitiger Kegel ($d = s$): $O = 1\,728 \pi \text{ cm}^2$; $r = ?$ $V = ?$



$$s = d$$

$$s = 2 \cdot r$$

$$O = 3 \cdot r^2 \cdot \pi \quad | : (3 \cdot \pi)$$

$$r^2 = \frac{O}{3 \cdot \pi} \quad | \sqrt{}$$

$$r = \sqrt{\frac{O}{3 \cdot \pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{1\,728 \cdot \pi}{3 \cdot \pi}} = 24$$

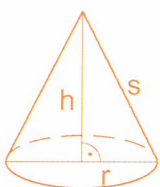
$$r \underline{\hspace{1cm}} 24 \text{ cm}$$

$$V = \frac{r^3 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$V = \frac{24^3 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{3} = 25\,073,9\dots$$

$$V \underline{\hspace{1cm}} 25\,074 \text{ cm}^3$$

- 18) Bei einem (besonderen) Kegel sind der Durchmesser 10 cm und die Höhe 10 cm lang. Berechne das Volumen und die Oberfläche.



$$h = d$$

$$h = 2 \cdot r$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot r}{3}$$

$$V = \frac{2 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$$

$$V = \frac{2 \cdot 5^3 \cdot \pi}{3} = 261,7\dots$$

$$V \underline{\hspace{1cm}} 262 \text{ cm}^3$$

$$h^2 + r^2 = s^2$$

$$s^2 = (2r)^2 + r^2$$

$$s^2 = 4r^2 + r^2$$

$$s^2 = 5r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s = r \cdot \sqrt{5}$$

$$s = 5 \cdot \sqrt{5} = 11,18\dots$$

$$s \underline{\hspace{1cm}} 11,2 \text{ cm}$$

$$O = G + M$$

$$O = G + \frac{u_G \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

$$O = r \cdot \pi \cdot (r + s)$$

$$O = 5 \cdot \pi \cdot (5 + 11,18\dots) = 254,1\dots$$

$$O \underline{\hspace{1cm}} 254 \text{ cm}^2$$